

Universität Freiburg
Institut für Informatik
PD Dr. A. Heinz
PD Dr. S. Schuierer

Georges-Köhler-Allee, Geb. 051
D-79110 Freiburg i. Br.
Tel. (0761) 203-8164
Tel. (0761) 203-8165
Freiburg, 6. Dezember 2000

Algorithmentheorie Übungsblatt 5

Abgabe bis *Montag*, 8.1.2001, 15 Uhr, (in der Vorlesung oder den Kästen
"Algorithmentheorie" im Geb. 051, EG)
Besprechung am *Mittwoch*, 10.1.2001, 11-13 Uhr

Aufgabe 1: (4 ✨) List merging

Eine Menge von sortierten Listen L_1, L_2, \dots, L_n mit unterschiedlichen Längen N_1, N_2, \dots, N_n sollen zusammengefügt werden. Dazu existiert eine Funktion $merge(l_1, l_2)$, die zwei Listen l_1 und l_2 aneinanderhängt. Haben die beiden Listen die Längen n_1 und n_2 , so beträgt die Laufzeit einer $merge$ -Operation $n_1 + n_2$.

Zur Bearbeitung der n Listen wird $merge$ mehrere Male ausgeführt. Dabei gibt es verschiedene Möglichkeiten. Für vier Listen könnten beispielsweise erst L_1 und L_2 zusammengefügt werden, dann L_3 und L_4 und schließlich die Ergebnisse dieser beiden Operationen. Die Laufzeit ist dann $2 \sum N_i$. Wird zuerst L_1 mit L_2 , dann diese Liste mit L_3 und zuletzt das Ergebnis mit L_4 vereinigt, so ergibt sich hingegen eine Laufzeit von $3(N_1 + N_2) + 2N_3 + N_4$. Geben Sie ein Verfahren an, mit dem die optimale Folge von $merge$ -Operationen bei gegebenen Listenlängen $\{N_i\}$ berechnet werden kann.

Aufgabe 2: (4 ☹) Paging

Zeigen Sie, daß die Strategie FIFO (*First In First Out*) k -kompetitiv ist.

Aufgabe 3: (4 ✨) Paging

Eine Seitenaustauschstrategie gehört zur Klasse der *markierenden* Strategien, wenn sie sich wie folgt in einzelne Phasen einteilen läßt. Zu Beginn sind alle Seiten im Speicher unmarkiert. Tritt bei einer Referenzierung ein Seitenfehler auf, dann wird eine unmarkierte Seite (die Wahl hängt von der Strategie ab) aus dem Speicher entfernt und die referenzierte Seite in den freigewordenen Seitenrahmen eingefügt. Jede referenzierte Seite wird markiert. Eine Phase endet, wenn alle Seiten markiert sind und erneut ein Seitenfehler auftritt. Zu diesem Zeitpunkt werden alle Markierungen gelöscht, und die nächste Phase beginnt.

Prüfen Sie, ob die Strategie LRU (*Least recently used*) und FIFO (*First In First Out*) zu den markierenden Seitenaustauschstrategien gehören. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

Aufgabe 4: (4 🎄) Gift Packing


Der Weihnachtsmann belädt seinen Schlitten mit Geschenken und achtet dabei genau darauf, daß die maximale Ladehöhe von 1,50m nicht überschritten wird, denn sonst könnten

Pakete herunterfallen. Die Zeit vor Weihnachten drängt, und da er nicht zu oft fahren möchte, wählt er stets den Stapel von Geschenken aus, bei dem die verbleibende Resthöhe minimiert wird. Da er jeweils alle Geschenkestapel durchprobiert, benötigt er bei n Stapeln für das Einladen jedes Geschenks Zeit $O(n)$.



Helfen Sie dem Weihnachtsmann, die Zeit zum Einladen zu verkürzen, indem sie eine effizientere Implementierung für das Auffinden des *Best fit* Stapels angeben. Geben Sie die Laufzeit Ihres Verfahrens an, damit der Weihnachtsmann weiß, wieviel Zeit er nun zusätzlich der Auswahl der Geschenke widmen kann.

Zusatzaufgabe (nicht ganz einfach): Wie ließe sich *First Fit* ebenfalls effizienter implementieren?

Zusatzaufgabe 5: (3 ) Matroide

Zeigen Sie, daß die Familie der Mengen von Kanten, die keinen Kreis induzieren, d.h. also die einen Wald von Bäumen induzieren, ein Matroid ist.

Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr!