Universität Freiburg
Institut für Informatik
PD Dr. A. Heinz
PD Dr. S. Schuierer

Georges-Koehler-Allee, Geb. 051
D-79110 Freiburg i. Br.
Tel. (0761) 203-8164
Tel. (0761) 203-8165
Freiburg, 18. Oktober 2000

Algorithmentheorie

Übungsblatt 1

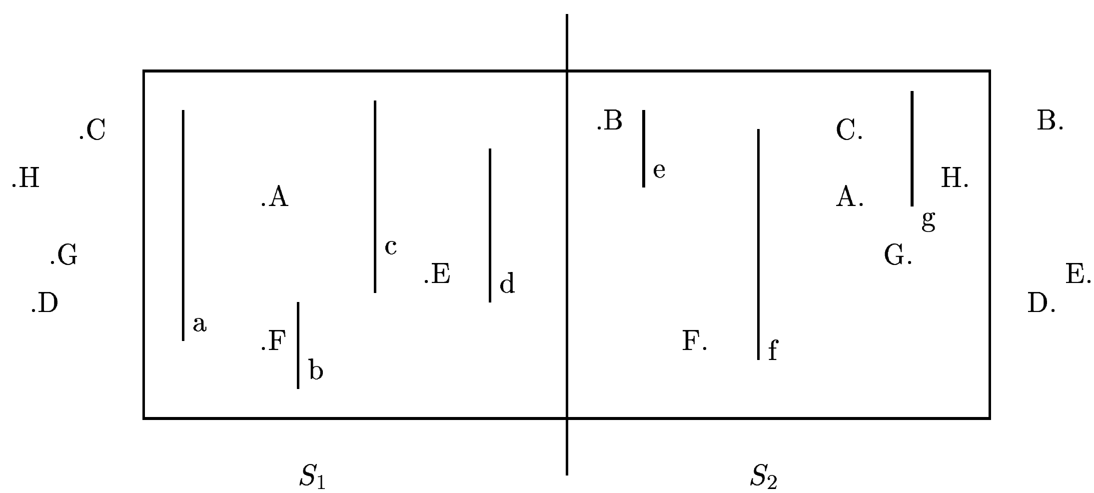
Abgabe bis Montag, 30. Oktober, 11:00 Uhr (in den Übungen)
Besprechung am Montag, 30. Oktober, 11:00–13:00 Uhr

Allgemeines

Die Übungsblätter werden im Abstand von 14 Tagen herausgegeben und sind mit Lösungen bis zu dem vorgebenen Termin einzureichen. Zur Erlangung des Scheines ist es erforderlich, mindestens 50% der erreichenbaren Punktzahl zu erhalten. Die Besprechung der Übungsblätter erfolgt i.d.R. 14-tägig, mittwochs, 11–13 Uhr. (Ausnahme: 1. Übung am Montag, 30. Oktober).

Aufgabe 1: (4 Punkte) Geometrisches Divide-and-Conquer
Wir betrachten n Punkte in der Ebene. Für zwei Punkte $x = (x_1, x_2)$ und $y = (y_1, y_2)$ sagen wir x *dominiert* y, falls $x_1 \geq y_1$ und $x_2 \geq y_2$. Ein Punkt ist *maximal*, wenn er von keinem anderen dominiert wird. Beschreiben Sie ein geometrisches Divide-and-Conquer Verfahren zur Berechnung der maximalen Punkte einer Punktmenge mit n Punkten, das $O(n \log n)$ viele Schritte benötigt. (Hinweis: Teilen Sie die Punktemenge durch eine vertikale Gerade.)

Aufgabe 2: (4 Punkte) Geometrisches Divide-and-Conquer
Gegeben seien die horizontalen Segmente $A - H$, die durch ihre linken und rechten Endpunkte repräsentiert sind, sowie die vertikalen Segmente $a - g$. Durch (wiederholte) Aufteilung der Menge infolge rekursiver Aufrufe des Divide-and-conquer Verfahrens zur Bestimmung aller Liniensegmentschnitte sind folgende Mengen S_1 und S_2 entstanden:



$.X$ bezeichnet den linken Endpunkt und $X.$ den rechten Endpunkt des Segments X. Geben Sie die in der Vorlesung definierten Mengen L, R, L_i und R_i, für $i = 1, 2$ an sowie, welche Segmentschnitte im Merge-Schritt (bei Vereinigung von S_1 und S_2) noch berichtet werden müssen.

Aufgabe 3: (4 Punkte) Fast Fourier Transformation
Gegeben seien die Polynome

$$P(x) = 2x + 1 \qquad \text{und} \qquad Q(x) = x - 4$$

Berechnen Sie das Produkt $P(x)Q(x)$ mit Hilfe der Fast Fourier Transformation und ihrer Inverse. Geben Sie jeweils die Zwischenergebnisse an.

Aufgabe 4: (4 Punkte) Zufallszahlengeneratoren
Auf einer Maschine mit einer Zahlendarstellung von 4 Bit soll mit Zufallszahlen gearbeitet werden.

a) Betrachten Sie die Zufallszahlengeneratoren $f_1(x) = 6x \bmod 13$, $f_2(x) = (7x + 1) \bmod 16$ und $f_3(x) = 2x \bmod 13$. Welcher Generator ist am ehesten geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Wie können Sie mit Hilfe eines dieser Zufallszahlengeneratoren auf der gleichen Maschine dreistellige Zufallszahlen zwischen 000 und 999 als Zeichenketten erzeugen? Welche Eigenschaften haben die von Ihnen erzeugten Zahlen?