



Universität Freiburg  
Institut für Informatik  
PD Dr. A. Heinz  
PD Dr. S. Schuierer

Georges-Koehler-Allee, Geb. 051  
D-79110 Freiburg i. Br.  
Tel. (0761) 203-8164  
Tel. (0761) 203-8165  
Freiburg, 30. Oktober 2000

## Algorithmentheorie Übungsblatt 1

Abgabe bis Montag, 30. Oktober, 11:00 Uhr (in den Übungen)  
Besprechung am Montag, 30. Oktober, 11:00–13:00 Uhr

**Aufgabe 3:** (4 Punkte) Fast Fourier Transformation  
Gegeben seien die Polynome

$$P(x) = 2x + 1 \quad \text{und} \quad Q(x) = x - 4$$

Berechnen Sie das Produkt  $P(x)Q(x)$  mit Hilfe der Fast Fourier Transformation und ihrer Inverse. Geben Sie jeweils die Zwischenergebnisse an.

### Lösung

$$DFT_4(2x + 1) :$$

$$DFT_2(1) = (1, 1)$$

$$DFT_2(2) = (2, 2)$$

$$DFT_4(2x + 1)_0 = 1 + 1 * 2 = 3$$

$$DFT_4(2x + 1)_2 = 1 - 1 * 2 = -1$$

$$DFT_4(2x + 1)_1 = 1 + i * 2 = 1 + 2i$$

$$DFT_4(2x + 1)_3 = 1 - i * 2 = 1 - 2i$$

$$DFT_4(x - 4) :$$

$$DFT_2(1) = (1, 1)$$

$$DFT_2(-4) = (-4, -4)$$

$$DFT_4(x - 4)_0 = -4 + 1 * 1 = -3$$

$$DFT_4(x - 4)_2 = -4 - 1 * 1 = -5$$

$$\begin{aligned} DFT_4(x-4)_1 &= -4 + i * 1 = -4 + i \\ DFT_4(x-4)_3 &= -4 - i * 1 = -4 - i \end{aligned}$$

$$\Rightarrow DFT_4((2x+1)(x-4)) = / * \text{ punktweise Multiplikation } * / \\ (-9, -6 - 7i, 5, -6 + 7i)$$

$$DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3) :$$

$$\begin{aligned} DFT_2(-9 + 5x) &= (-9 + 5, -9 - 5) = (-4, -14) \\ DFT_2((-6 - 7i) + (-6 + 7i)x) &= (-6 - 7i + -6 + 7i, -6 - 7i - (-6 + 7i)) = (-12, -14i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3)_0 &= -4 + 1 * (-12) = -16 \\ DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3)_2 &= -4 - 1 * (-12) = 8 \\ DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3)_1 &= -14 + i * (-14i) = 0 \\ DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3)_3 &= -14 - i * (-14i) = 28 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow DFT_4(-9 + (-6 - 7i)x + 5x^2 + (-6 + 7i)x^3) = (-16, 0, 8, 28)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow DFT_4^{-1}(-9, -6 - 7i, 5, -6 + 7i) &= 1/4(-16 + 28x + 8x^2 + 0x^3) \\ &= -4 + 7x + 2x^2 \end{aligned}$$